

Informationsfusion

WS 17/18

Übungsaufgaben

Prof. Dr. Ing. Michael Heizmann, Dipl.-Math. Jennifer Sander
Institut für Industrielle Informationstechnik IIT

Aufgabe 5.1

Für die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \beta \cdot \exp(-\alpha x) & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$$

gelte $\alpha > 0$.

- Zeigen Sie, dass $f(x)$ nur für $\beta = \alpha$ eine Verteilungsdichtefunktion sein kann.
- Es gelte $\beta = \alpha$, und $f(x)$ sei die Verteilungsdichtefunktion der Zufallsvariablen X . Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X .

Aufgabe 5.2

Von den eingehenden E-Mails eines E-Mail-Accounts sind 25 Prozent geschäftlich und 5 Prozent privat. Die restlichen E-Mails sind Spam. 90 Prozent aller Spam-Mails und 1 Prozent aller anderen E-Mails enthalten das Wort FREE.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine eingehende E-Mail, die das Wort FREE enthält, Spam ist?

Aufgabe 5.3

Die Position eines Schiffs in der x - y -Ebene soll mit zwei Peileinrichtungen geschätzt werden. Die Positionen der beiden Peileinrichtungen sind $P_1 = (0; 0)^T$ und $P_2 = (5; 0)^T$. Die erste Peileinrichtung schätzt eine Entfernung von $d_1 = 5$ bei einem Winkel von $\alpha_1 = 45^\circ$; die zweite Peileinrichtung schätzt eine Entfernung von $d_2 = 4$ bei einem Winkel von $\alpha_2 = 105^\circ$ (Winkel jeweils zur x -Achse, mathematisch positive Drehrichtung). Die Unsicherheiten (ausgedrückt durch die Varianzen) der beiden Peileinrichtungen betragen jeweils 2 für die Entfernung und 0,4 senkrecht dazu. Die Unsicherheiten der Entfernung und senkrecht dazu sind jeweils unkorreliert.

- Zeichnen Sie die Positionen der Peilsender und die geschätzten Positionen in Bild 5.3a ein. Skizzieren Sie die Kovarianzmatrizen der beiden Peilungen.

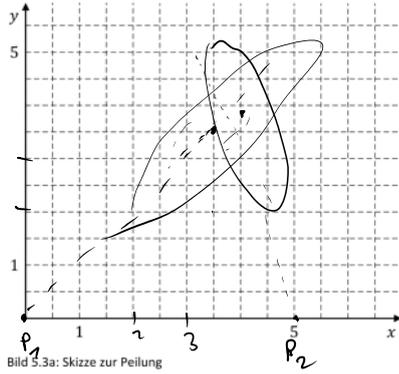


Bild 5.3a: Skizze zur Peilung

- b) Geben Sie die Positionsschätzungen der beiden Peilungen im x-y-Koordinatensystem an. Verwenden Sie dazu Rotationsmatrizen.
- c) Geben Sie die Kovarianzmatrizen der beiden Peilungen im x-y-Koordinatensystem an. Verwenden Sie dazu die in b) berechneten Rotationsmatrizen.
- d) Die beiden Positionsschätzungen sollen mittels einer Weighted-Least-Squares- (WLS-) Schätzung kombiniert werden. Geben Sie die WLS-Schätzung und die zugehörige Kovarianzmatrix an.
- e) Zeichnen Sie den WLS-Schätzwert in Bild 5.3a ein und skizzieren Sie seine Kovarianzmatrix.
- f) Schreiben Sie ein Programm mit einer geeigneten Software (z. B. Scilab oder Matlab), das den WLS-Schätzwert und die zugehörige Kovarianzmatrix aus folgenden Eingangsgrößen bestimmt:
- Positionen der beiden Peileinrichtungen,
 - Schätzungen der Entfernungen und der Winkel für die beiden Peileinrichtungen und
 - Unsicherheiten (ausgedrückt durch die Varianzen) der beiden Peileinrichtungen.
- Bestimmen Sie damit den WLS-Schätzwert und die zugehörige Kovarianzmatrix für den Fall, dass bei ansonsten gleichen Werten wie bisher die Unsicherheiten der

$$\text{Rotationsmatrix: } \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos(45^\circ) & -\sin(45^\circ) \\ \sin(45^\circ) & \cos(45^\circ) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,54 \\ 3,54 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,04 \\ 3,86 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,96 \\ 3,86 \end{pmatrix}$$

c) Kovarianzmatrix:

$d-d_i$ Raum: $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0,4 \end{pmatrix}$ wenn d und d_T Fehler unkorreliert sind

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1,2 & 0,8 \\ 0,8 & 1,2 \end{pmatrix} \quad R_2 = \begin{pmatrix} 0,51 & -0,4 \\ -0,4 & 1,89 \end{pmatrix}$$

WLS anschauen

beiden Peileinrichtungen jeweils 0,4 für die Entfernung und 2 senkrecht dazu betragen (d. h. Multilateration statt Multiangulation wie bisher). Skizzieren Sie das Ergebnis in Bild 5.3b.

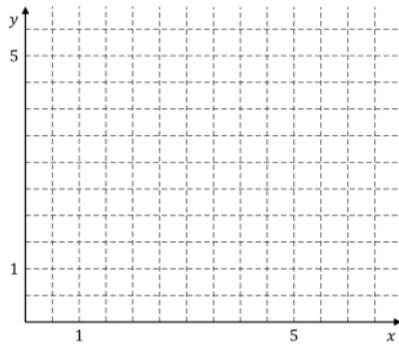


Bild 5.3b: Skizze zur Peilung